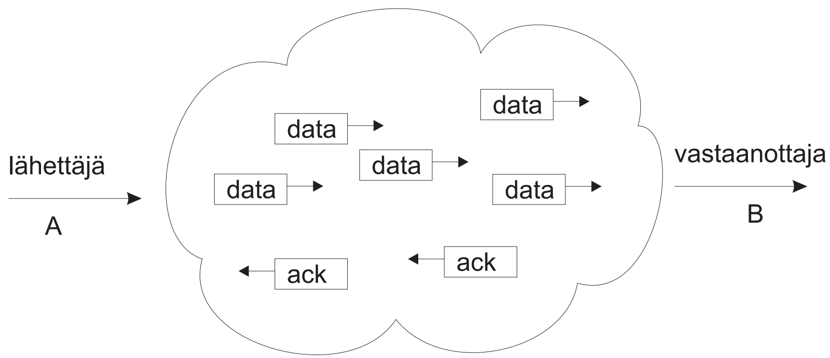
Vuonohjaus: ikkunamekanismi

- Kuittaamattomina liikkeellä olevien segmenttien (data unit) lkm $\leq W$ (ikkuna)
- Lähetyslupien kokonaismäärä $= W$
  - jokainen lähetetty segmentti vie yhden luvan
  - jokainen vastaanotettu kuittaus palauttaa yhden luvan



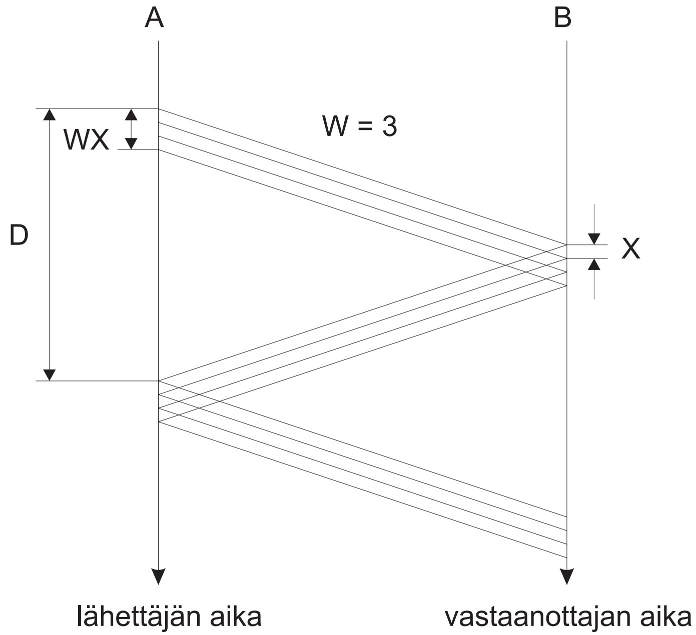
$$W = \begin{cases} \text{käytettävissä olevat lähetysluvat} \\ + \text{ matkalla olevat segmentit} \\ + \text{ matkalla olevat kuittaukset} \end{cases}$$

Ikkunointi (jatkoa)

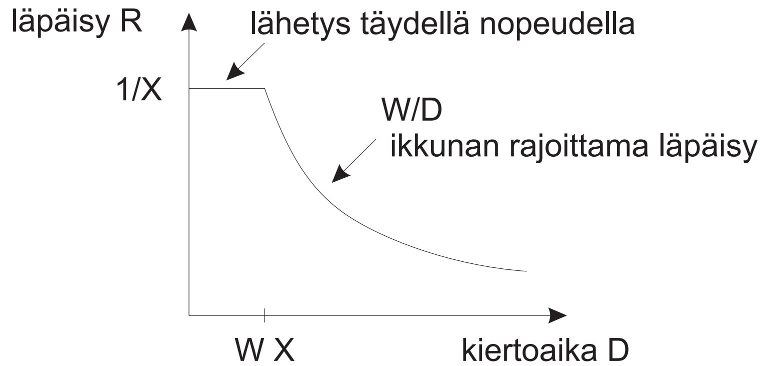
- Ikkunan koko määrää läpäisyn R (segmenttiä / s)

  X = segmentin lähetysaika

  D = kiertoaika (datan siirtoviive + kuittauksen siirtoviive)

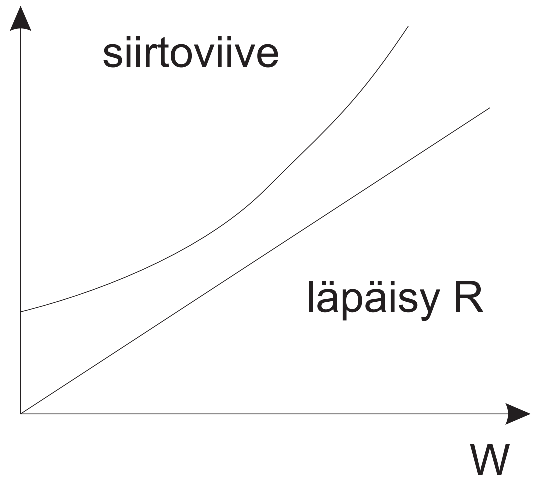


$$R = \min\{\frac{1}{X}, \frac{W}{D}\}$$



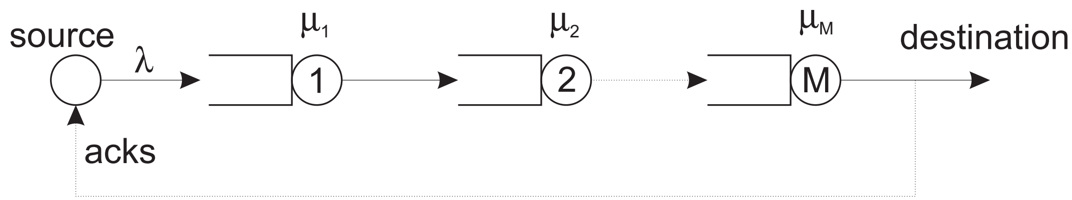
Ikkunointi (jatkoa)

- Suurentamalla ikkunan W kokoa läpäisy R kasvaa
- Mutta samalla kasvavat jonotusviiveet
- Hyvä ikkunankoko on kompromissi



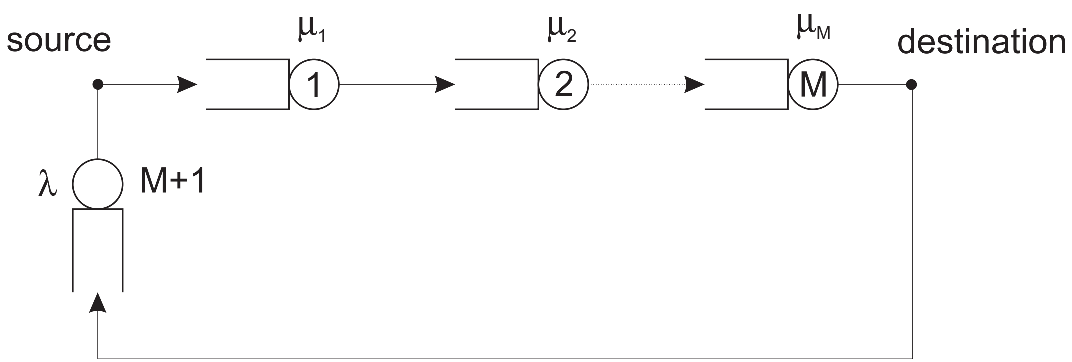
Ikkunamekanismin jonoverkkoanalyysi

- Oletetaan, että pakettivirta kulkee kiinteätä reittiä (virtual circuit)
- Silloin, kun lähde saa lähettää (lähetyslupia on varastossa), se generoi paketteja nopeudella λ
- Reitin varrella on M solmua, joiden palvelunopeudet ovat $\mu_1, \ldots \mu_M$
- Kulkuaikaviiveitä ei huomioida (huomion kohteena ovat jonotusviiveet)
- Kuittausten oletetaan palaavan ilman viivettä
  - ei ole mitään periaatteellista vaikeutta mallittaa myös kuittausten jonotusviiveitä



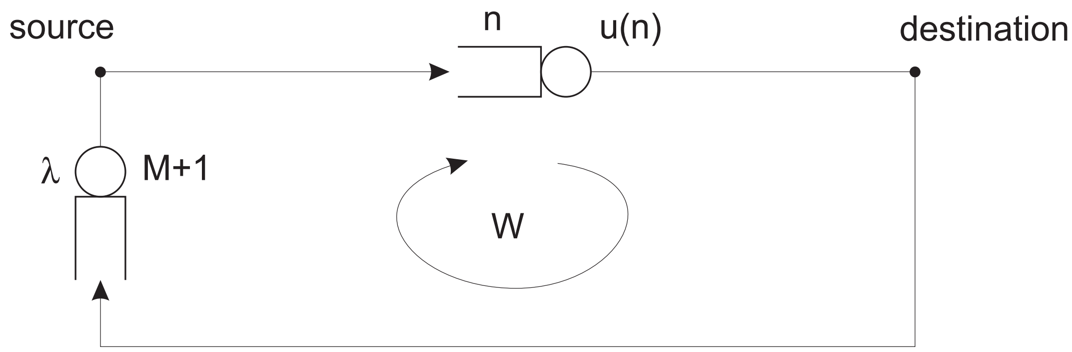
Jonoverkkomalli

- Järjestelmää voidaan kuvata suljetulla jonoverkolla, jossa kiertää W 'pakettia'
- Paketti edustaa itse asiassa lähetyslupaa
  - menomatkalla jokaiseen datapakettiin on sidottu yksi lähetylupa
  - vastaanottaja palauttaa lähetysluvan kuittauksen muodossa
- Ylimääräinen jono $M+1$ edustaa lähetyslupien varastoa (kerääntyneet kuittaukset)
  - kun jonossa on lähetyslupia, se syöttää paketteja nopeudella λ
  - kun jono on tyhjä (kaikki lähetysluvat käytetty), myös sen ulostulo on 0
  - jonon $M+1$ ulostulo käyttäytyy siten todellisen lähteen tavoin



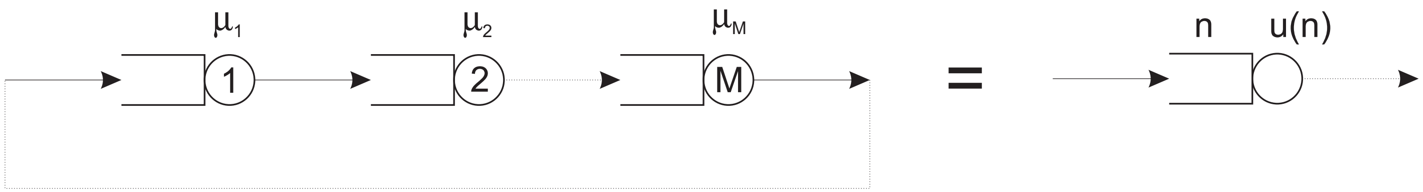
Jonoverkkomalli (jatkoa)

- Jonoverkkomallin avulla voidaan selvittää W:n funktiona
  - paketin siirtoviive
  - verkon läpäisy (W/ kiertoaika)
- Suljettu verkko voidaan suoraan analysoida keskiarvoanalyysiä käyttäen
- Analyysi voidaan myös jakaa osiin Nortonin teoreemaa hyväksikäyttäen
  - tämän mukaan ylempi haara voidaan korvata yhdellä jonolla, jonka palvelunopeus $u(n)$ riippuu jonossa olevien pakettien lukumäärästä



Ekvivalentti jono

- Ekvivalentin jonon palvelunopeus $u(n)$ on sama kuin läpäisy 'oikosuljetussa' piirissä, jossa kiertää n pakettia (voidaan jälleen selvittää keskiarvoanalyysin avulla)
- Yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan, että jonot $1, \ldots, M$ ovat identtisiä ja $\mu_1 = \cdots = \mu_M = \mu$
- Tällöin keskimääräinen viive yhdessä jonossa on $(1 + (n-1)/M)/\mu$
  - jonoon saapuva asiakas näkee tilanteen ikäänkuin häntä itseään ei olisi
  - kussakin jonossa on siten keskimäärin $(n-1)/M$ asiakasta edellä
  - lisäksi asiakkaan oma palvelu kestää keskimäärin ajan $1/\mu$
- Kiertoaika on siten keskimäärin $(M + n - 1)/\mu$
- Vastaavasti läpäisy on $u(n) = n\mu/(M + n - 1)$ (n asiakasta kiertää kiertoajassa)

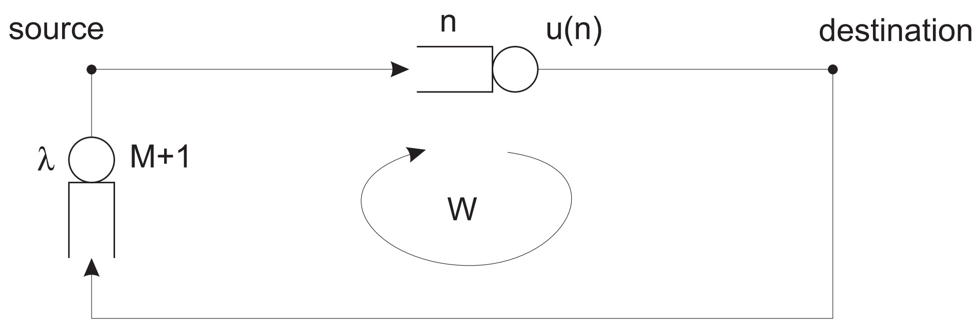


Jonoverkkomallin ratkaisu

- Kahden jonon systeemi, jossa kiertää W pakettia, voidaan ratkaista
- Olkoon pakettien lkm ylemmässä jonossa n
  - saapumisnopeus jonoon on λ kun $n < W$ ja 0 kun $n = W$ (kaikki paketit ylemmässä jonossa)
- Ylempi jono muodostaa syntymä-kuolema-prosessin

$$p_n = p_0 \frac{\lambda^n}{\Pi_{i=0}^n u(i)} = p_0 \frac{\lambda^n}{\mu^n \Pi_{i=0}^n \frac{i}{i+M-1}} = p_0 \rho^n \frac{(n+M-1)!}{n!(M-1)!}$$

$$\sum_{n=0}^{W} p_n = 1 \quad \Rightarrow \quad p_0 = \left(\sum_{n=0}^{W} \rho^n \frac{(n+M-1)!}{n!(M-1)!} \right)^{-1}$$



Läpäisy ja viive (menosuunnassa)

- Läpäisy γ (pakettien nopeus) voidaan laskea kahdella eri tavalla:

$$\gamma = \mathrm{E}[u(n)] = \sum_{n=0}^{W} p_n u(n)$$

$$\gamma = (1 - p_W)\lambda$$

- Keskimääräinen viive menosuunnassa T saadaan nyt Littlen kaavan avulla

$$\mathrm{E}[T] = \frac{\mathrm{E}[n]}{\gamma} = \frac{\sum_{n=0}^{W} p_n n}{\sum_{n=0}^{W} p_n u(n)}$$

Läpäisy ja viive (erikoistapaus)

- Oletetaan ensin että $\lambda = \infty$ (saturoitunut / 'ahne' lähde)
- Tällöin läpäisy ja viive menosuunnassa ovat kuten läpäisy ja kiertoaika 'oikosuljetussa' verkossa

$$\gamma = u(W) = \frac{W\mu}{W+M-1}, \qquad \mathrm{E}[T] = (W+M-1)\frac{1}{\mu}$$

- Toinen tapaus $\lambda = \mu$ edustaa 'tyypillisempää' tilannetta
- Tämä poikkeaa läpäisyn osalta edellisestä vain siinä, että nyt (identtisiä) jonoja on $M+1$ kpl; viive menosuunnassa on osa $M/(M+1)$ kiertoajasta

$$\gamma = u(W) = \frac{W\mu}{W+M}, \qquad \mathrm{E}[T] = \frac{M}{M+1}(W+M)\frac{1}{\mu}$$

Ikkunan koon valinta

- Halutaan toisaalta suuri γ mutta pieni $\mathrm{E}[T]$
- Joudutaan tekemään kompromissi näiden välillä
- Usein maksimoitavaksi suureeksi otetaan $\gamma/\mathrm{E}[T]$
- Tapauksessa $\lambda = \mu$ maksimi saavutetaan, kun $W = M$
- Tapauksessa $\lambda = \infty$ maksimi saavutetaan, kun $W = M - 1$
- Nyrkkisääntönä ikkunan koko kannattaa pitää yhtäsuurena kuin (pullonkaula)solmujen lukumäärä
  - tällöin mikään jono ei yleensä ole tyhjänä (jolloin palvelukapasiteettia jäisi käyttämättä)
  - toisaalta ei kerry pitkiä jonoja ja viiveet ovat kohtuullisia